Prof. Dr. Gerhard Reinelt
Institut für Informatik
Mathematikon 1.329
Im Neuenheimer Feld 205

Studieninformation zum Gebiet

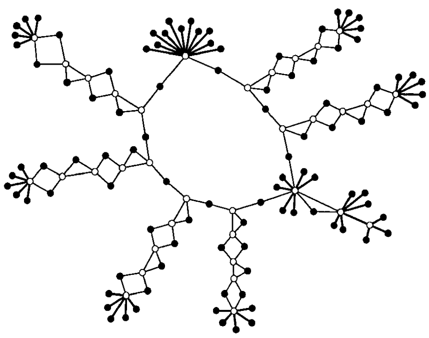
"Diskrete und kombinatorische Optimierung"

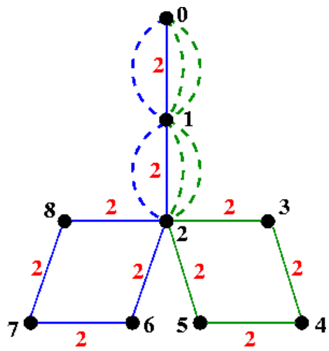
1. Beschreibung des Gebiets

Diskrete und kombinatorische Optimierung beschäftigt sich mit der Behandlung von Fragestellungen, bei deren Modellierung ganzzahlige bzw. insbesondere 0/1-Variablen eine zentrale Rolle spielen. Derartige Variablen korrespondieren dann meist zu Entscheidungen, die zu treffen oder nicht zu treffen sind, oder zu ganzzahligen Ressourcen (Fahrzeuge, Personal, Maschinen, etc.), deren Einsatz geplant werden müssen. Viele Fragestellungen stammen aus dem Bereich Operations Research, Anwendungen gibt es aber auch in Naturwissenschaft und Technik sowohl im Rahmen praktischer als auch theoretischer Probleme.

Algorithmische Graphentheorie

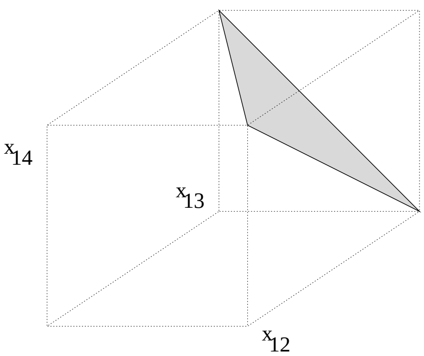
Viele Optimierungsproblem lassen sich mittels gerichteter oder ungerichteter Graphen modellieren. Die Entwicklung von Algorithmen zur Lösung von Graphenproblemen wie die Bestimmung kürzester Wege, optimaler Netzwerkflüsse oder minimaler Matchings ist daher eine wesentliche Komponente.

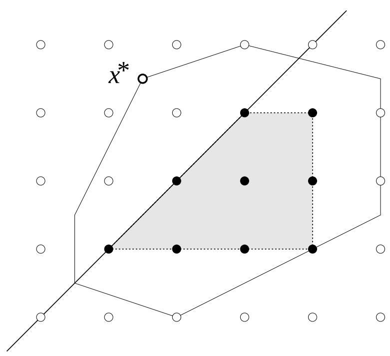




Polyedrische Kombinatorik

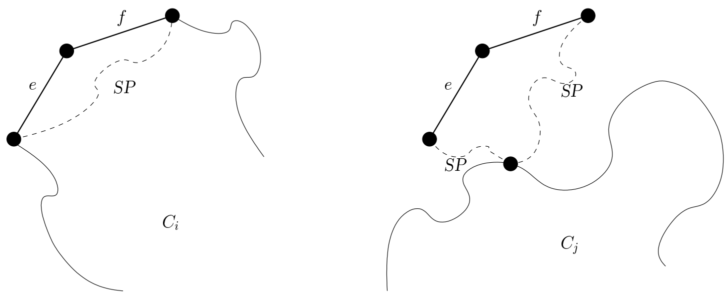
Schwierige kombinatorische Optimierungsprobleme lassen sich oft erfolgreich mit sogenannten Branch-and-Cut-Algorithmen lösen. Für die Entwicklung solcher Algorithmen ist die Analyse von dem Problem zugeordneten Polytopen wesentlich. Diese sind schon für kleine Probleminstanzen außerordentlich komplex.





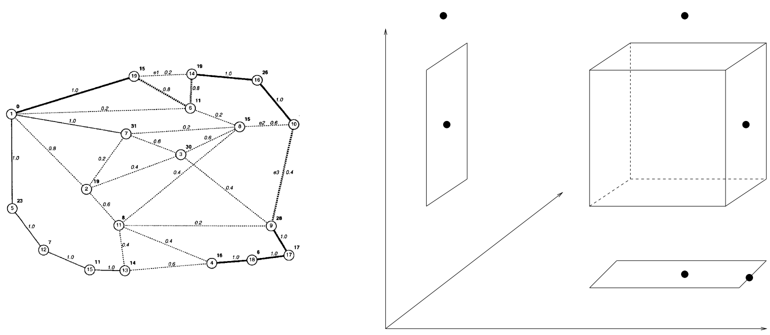
Heuristische Verfahren

Für NP-schwere Probleme wird man vermutlich keine schnellen Algorithmen finden können, die beweisbar optimale Lösungen bestimmen. Daher muss man sich vielfach mit Heuristiken, d. h. mit Näherungsverfahren zufrieden geben. Entwicklung und Implementierung effizienter Heuristiken ist daher ebenfalls notwendig.



Verfahren zur Bestimmung von Optimallösungen

Anspruchsvollstes Ziel der Optimierung, und in vielen Fällen auch notwendig, ist die Berechnung beweisbar optimaler Lösungen. Hier hat es im letzten Jahrzehnt aufregende Entwicklungen gegeben, insbesondere bei der Implementierung von Branch-and-Cut-Verfahren.

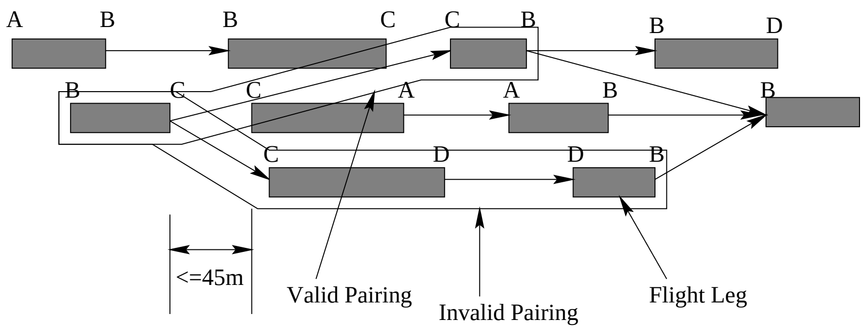


2. Eine Auswahl typischer Problemstellungen

Es folgt eine Auswahl aus möglichen Anwendungsfeldern der diskreten und kombinatorischen Optimierung. Darüberhinaus gibt es auch noch viele interessante theoretische Fragestellungen.

Airline-Crew-Scheduling

Für die Realisierung des Flugplans einer Fluggesellschaft ist es erforderlich, den einzelnen Flügen Crews zuzuordnen. Die Vielzahl der Möglichkeiten sowie die Komplexität der Dienstplanrestriktionen und Kosten machen dies zu einer sehr schwierigen Aufgabe.

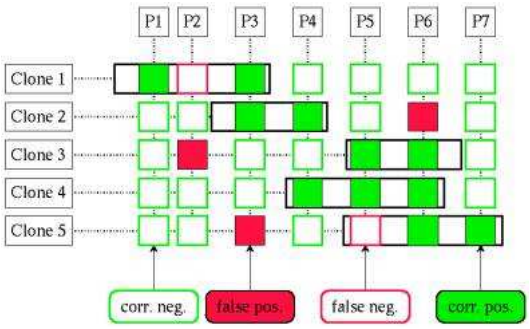


Optimale Tourplanung in einem Touristeninformationssystem

Ausgehend von individuellen Präferenzen und der zur Verfügung stehenden Zeit wird für einen Touristen ein optimales Besichtigungsprogramm ausgerechnet.

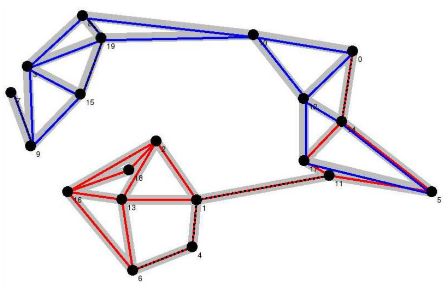
Kartierung von DNA-Sequenzen

Eine Aufgabe in der Molekularbiologie ist die Analyse von menschlichen Chromosomen. Ein Chromosom besteht aus einer Aneinanderreihung von etwa 100 Millionen Basenpaaren. Eine Rekonstruktion dieser Reihenfolge direkt aus einem kompletten Chromosom ist nicht möglich. Daher ist es notwendig, den vollständigen DNA-Strang in kleinere Teile zu zerlegen und diese Fragmente einzeln zu untersuchen. Ein Problem besteht darin, dass bei der Zerlegung Informationen über die Anordnung der DNA-Fragmente (Clones) verloren gehen. Die Rekonstruktion der Ordnung ist ein kombinatorisches Optimierungsproblem.



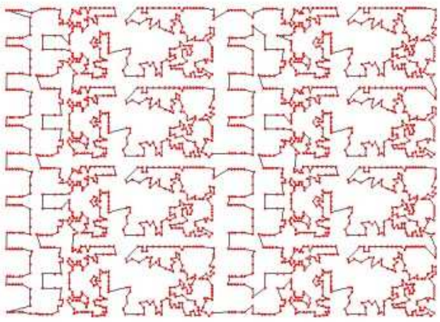
Routenplanung

Die Planung von Routen in Netzwerken liefert vielfältige Fragestellungen. Diese unterscheiden sich dadurch, ob bestimmte Kanten durchlaufen oder Knoten besucht werden müssen und ob eine oder mehrere Routen gleichzeitig zu bestimmen sind. Unterschiedliche Optimierungskriterien führen zu unterschiedlichen Modellen.



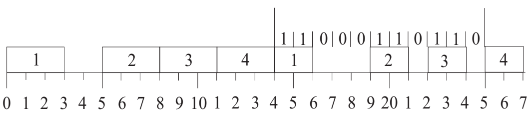
Traveling-Salesman-Problem

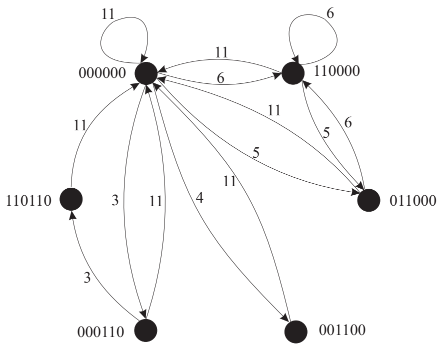
Das Traveling-Salesman-Problem ist das klassische kombinatorische Optimierungsproblem. Es hat eigene Anwendungen, wie z. B. beim Bohren von Leiterplatten, dient aber auch als das Benchmark-Problem, an dem neue Algorithmen getestet werden.



Scheduling

Ein umfangreiches Teilgebiet der kombinatorischen Optimierung ist die optimale Zuteilung von knappen Ressourcen, wie z. B. die Zuordnung von Maschinen zu auszuführenden Jobs oder die Einteilung von Fahrzeugen für zu erledigende Transportaufgaben. Komplizierte Zusatzrestriktionen (Termine, Zeitfenster, Strafkosten) erzeugen sehr schwierige Probleme, die gegenwärtig noch nicht zufriedenstellend gelöst werden können.





3. Studienplanung

Wenn Sie sich in Ihrem Studium schwerpunktmäßig mit diskreter und kombinatorischer Optimierung beschäftigen wollen, sollten Sie die folgenden folgenden Lehrveranstaltungen besuchen, die regelmäßig angeboten werden.

Modul: Effiziente Algorithmen I

Dieses Modul ist der erste Teil eines 2-semestrigen Kurses zu Entwurf, Analyse und Implementierung von Algorithmen zur Lösung kombinatorischer Optimierungsprobleme. Viele dieser Probleme, insbesondere solche mit praktischen Anwendungen, sind NP-schwer, erlauben also nach dem gegenwärtigen Kenntnisstand keine polynomialen Algorithmen zu ihrer exakten Lösung. Andererseits gibt es aber auch viele durchaus anspruchsvolle Probleme, für die polynomiale Algorithmen existieren. Diese Probleme haben sowohl eigene Anwendungen, treten aber auch häufig als Teilprobleme komplexerer Fragestellungen auf. Diese

Vorlesung beschäftigt sich in erster Linie mit polynomial lösbaren Problemen (z.B. kürzeste-Wege-Probleme, Matching- und Transportprobleme, Netzwerkflussprobleme) und diskutiert den Entwurf und die Implementierung effizienter Lösungsverfahren.

Modul: Effiziente Algorithmen II

Nach den grundlegenden (polynomialen) Algorithmen liegt nun der Schwerpunkt auf der Behandlung NP-schwerer Probleme. Themen sind etwa approximative Algorithmen und Heuristiken (Bin-Packing, Scheduling, Knapsack, Traveling Salesman), Relaxierungen (lineare, kombinatorische, Lagrange-Relaxierungen), Verfahren zur Bestimmung optimaler Lösungen (dynamische Optimierung, Branch-and-Bound), lineare 0/1-Optimierung (Modellierung, Schnittebenen). Dieses Modul kann auch unabhängig vom Modul "Effiziente Algorithmen I" absolviert werden.

Seminar und/oder Fortgeschrittenenpraktikum

Nachdem Grundkenntnisse erworben sind, können weiterführende Arbeiten in einem Seminar studiert werden oder es kann ein Software-Praktikum abgeleistet werden, in dem ein Optimierungsverfahren implementiert wird. Die Arbeit im Praktikum umfasst neben der Implementierung von Algorithmen ihre ausführliche Dokumentation und einen Kurzvortrag über das bearbeitete Thema. Nach Möglichkeit werden Themen behandelt, die in Beziehung zu den wissenschaftlichen Arbeiten der Arbeitsgruppe stehen.

Abschlussarbeit

Im Seminar oder Praktikum kann bzw. sollte schon die Beschäftigung mit dem Thema der Abschlussarbeit beginnen. Als Abschlussarbeiten sind möglich

- Bachelorarbeit in "Informatik" oder "Mathematik",
- Masterarbeit in "Informatik", "Mathematik" oder "Scientific Computing".

Die Auswahl des Themas und der Umfang der geforderten Arbeitsleistung richtet sich natürlich nach dem Typ der Abschlussarbeit.

Einbindung in die Forschungsaktivitäten der Arbeitsgruppe

Im Rahmen von Praktika und der Abschlussarbeit bietet sich die Möglichkeit, an aktuellen Forschungsthemen der Arbeitgruppe mitzuarbeiten. Auch Studienaufenthalte im Ausland können vermittelt werden.

4. Weitere Vertiefung im Gebiet "Optimierung"

Kombinatorische und diskrete Optimierung sind wichtige Teilgebiete der Optimierung. Um aber das komplette Spektrum der Behandlung von Optimierungsaufgaben kennenzulernen, ist der Besuch weiterer Lehrveranstaltungen erforderlich.

Hier sind zunächst die Module "*Algorithmische Optimierung I*" und "*Algorithmische Optimierung II*" zu nennen. Hier werden ausführlich die Grundlagen der kontinuierlichen linearen und nichtlinearen Optimierung sowie auch die mathematischen Grundlagen der gemischt-ganzzahligen Optimierung vermittelt. Themen sind Polyedertheorie, Dualitätstheorie, Simplexalgorithmus und Varianten, Ellipsoidmethode, Innere-Punkte-Verfahren, Sensitivitätsanalyse, allgemeine Schnittebenenverfahren, Optimalitätsbedingungen, Konvergenz von Algorithmen, Line-Search-Verfahren, allgemeine Abstiegsverfahren, Newton-Verfahren, nichtlineare Optimierung mit Nebenbedingungen, Penalty- und Barriere-Methoden, Branch-and-Bound.

Viele Praxisprobleme führen auf Modelle mit Differentialgleichungen. Kenntnisse zu deren Behandlung und Optimierung können in den Modulen "*Numerik I*" und "*Numerik II*" erworben werden. Darüberhinaus gibt es noch weitere Veranstaltungen zum Wissenschaftlichen Rechnen.

5. Informationen

Die Mitglieder der Arbeitsgruppe stehen gern für Gespräche zur Verfügung. Informationen sind auch im Internet verfügbar. (`http://comopt.ifi.uni-heidelberg.de`)