

Algorithmen & Datenstrukturen

1. Übungsblatt SS 07

Abgabetermin: 02.05.2007

Aufgabe 1

Ordnen Sie die folgenden Funktionen in aufsteigender Reihenfolge bzgl. ihres Wachstums. D. h. falls die Funktion $g(n)$ in der Liste direkt auf Funktion $f(n)$ folgt, dann sollte $f(n)$ in $O(g(n))$ liegen.

$$\begin{aligned}f_1(n) &= 10^n \\f_2(n) &= n^{1/3} \\f_3(n) &= n^n \\f_4(n) &= \log_2 n \\f_5(n) &= 2^{\sqrt{\log_2 n}}\end{aligned}$$

Aufgabe 2

Seien f und g zwei Funktionen mit nicht-negativen Werten. Weiter sei $f = O(g)$. Zeigen Sie, dass $g = \Omega(f)$.

Aufgabe 3

Gegeben seien die Funktionen f und g , wobei $f(n)$ in $O(g(n))$ liegt. Verifizieren oder falsifizieren Sie die folgenden Aussagen durch einen Beweis oder ein Gegenbeispiel.

- a) $\log_2 f(n)$ liegt in $O(\log_2 g(n))$.
- b) $2^{f(n)}$ ist in $O(2^{g(n)})$.
- c) $f(n)^2$ liegt in $O(g(n)^2)$.

Aufgabe 4

Ein magisches Quadrat ist eine $n \times n$ -Matrix, die aus den ganzen Zahlen von 1 bis n^2 gebildet wird, so dass jede Zahl einmal vorkommt, und die Summen jeder Zeile, jeder Spalte sowie der Hauptdiagonalen gleich gross sind. Mit der folgenden Regel von Coxeter lassen sich magische $n \times n$ -Quadrate für ungerades n erzeugen:

“Fülle eine 1 in das mittlere Feld der obersten Zeile. Bewege Dich jeweils nach oben links, und fülle alle Felder mit Zahlen in aufsteigender Folge. Wenn die Bewegung aus dem Quadrat herausführt, so gehe an das entsprechende Feld auf der gegenüberliegenden Seite und mache dort weiter. Ist ein Feld bereits ausgefüllt, so bewege Dich nach unten anstatt nach oben links.”

Skizzieren Sie ein Programm in C oder in einer Pseudo-Programmiersprache, das mit dieser Regel magische Quadrate konstruiert, und analysieren Sie seine Laufzeit.