

Algorithmen & Datenstrukturen

3. Übungsblatt SS 07

Abgabetermin: 16.05.2007

Aufgabe 8

Betrachten Sie die folgende Verallgemeinerung des Maximum-Subarray-Problems aus der Vorlesung.

Gegeben ist eine $(n \times m)$ -Matrix A mit ganzzahligen Einträgen. Zu bestimmen ist eine quadratische Submatrix mit maximaler Summe der Elemente.

Skizzieren Sie einen Lösungsalgorithmus für dieses Problem und analysieren Sie dessen Laufzeit.

Aufgabe 9

Betrachten Sie den folgenden Algorithmus zum Sortieren eines Eingabefeldes $A[1 \dots n]$:

Sortieren(A, i, j)

- (1) Falls $A[i] > A[j]$, dann vertausche $A[i]$ und $A[j]$.
 - (2) Falls $i + 1 \geq j$, dann return.
 - (3) $k = \lfloor \frac{i+j}{3} \rfloor$.
 - (4) **Sortieren**($A, i, j-k$).
 - (5) **Sortieren**($A, i+k, j$).
 - (6) **Sortieren**($A, i, j-k$).
- a) Begründen Sie, dass **Sortieren**($A, 1, n$) das Eingabefeld $A[1 \dots n]$ korrekt sortiert.
- b) Geben Sie eine Rekursionsformel für die Worst-Case-Laufzeit von **Sortieren** an und berechnen Sie damit eine asymptotische (Θ -Notation) Schranke für die Worst-Case-Laufzeit.

Aufgabe 10

Für ein Produkt gibt es m Anbieter und n Kunden. Anbieter i , $i = 1, \dots, m$, verfügt über einen Vorrat von a_i Einheiten des Produkts und Kunde j , $j = 1, \dots, n$, hat einen Bedarf von b_j Einheiten. Es gelte $\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$.

Der folgende Algorithmus soll einen Transportplan zur Erfüllung aller Nachfragen bestimmen. Als Ergebnis gibt x_{ij} an, wieviele Einheiten des Produkts von Anbieter i an den Kunden j geliefert werden.

- (1) Setze $i := 1$, $j := 1$ und $x_{11} = \min\{a_1, b_1\}$.
 - (2) Solange $i < m$ oder $j < n$:
 - (2.1) Setze $a_i := a_i - x_{ij}$ und $b_j := b_j - x_{ij}$.
 - (2.2) Falls $a_i = 0$, dann setze $i := i + 1$, sonst setze $j := j + 1$.
 - (2.3) Setze $x_{ij} := \min\{a_i, b_j\}$.
- a) Begründen Sie, dass der Algorithmus einen zulässigen Transportplan liefert.
- b) Analysieren Sie (analog zur Analyse von **insertionSort** in der Vorlesung) die Laufzeit des Verfahrens in Abhängigkeit von m und n .