Prof. Dr. Gerhard Reinelt
Dipl.-Math. Hanna Seitz
Institut für Informatik
Universität Heidelberg

Algorithmen & Datenstrukturen

9. Übungsblatt SS 07
Abgabetermin: 27.06.2007

Aufgabe 32

Ein Graph heißt **bipartit**, wenn man seine Knotenmenge so in zwei Teilmengen zerlegen kann, dass sämtliche Kanten des Graphen nur zwischen Knoten verlaufen, die in unterschiedlichen Teilmengen liegen. Geben Sie einen Algorithmus im Pseudocode an, der feststellt, ob ein ungerichteter Graph bipartit ist. Analysieren Sie des weiteren die Laufzeit des Algorithmus.

Aufgabe 33

Eine weitere Möglichkeit zum Speichern von ungerichteten Graphen bietet die folgende Datenstruktur. Die beiden Arrays *tail* und *head* enthalten die Endknoten der Kanten. Die Arrays *nxtt* und *nxth* werden so initialisiert, dass $nxtt[e]$ die Nummer einer weiteren Kante mit $tail[e]$ als einem Endknoten und $nxth[e]$ die Nummer einer weiteren Kante mit $head[e]$ als einem Endknoten zurückgibt. Ein Eintrag 0 beendet diese verkettete Liste von Kanten zu einem festen Knoten. Zu jedem Knoten v steht in $first[v]$ die Nummer der ersten Kante, die v als Endknoten hat oder eine 0, falls keine solche Kante existiert.

Zur Verdeutlichung dieser Datenstruktur soll ein Beispiel dienen. Angenommen wir haben einen ungerichteten Graphen mit 7 Knoten und Kantenmenge $\{12, 15, 25, 23, 35, 45, 46\}$. Dieser Graph kann z.B. folgendermaßen gespeichert werden.

Index	*first*
1	6
2	5
3	5
4	4
5	7
6	4
7	0

Index	*head*	*tail*	*nxth*	*nxtt*
1	1	2	0	0
2	3	5	0	0
3	2	5	1	2
4	4	6	7	0
5	2	3	3	2
6	1	5	1	3
7	4	5	0	6

Geben Sie mit Laufzeitanalyse Verfahren an, die aufbauend auf dieser Datenstruktur

a) feststellen, ob eine vorgegebene Kante im Graph enthalten ist,

b) die Adjazenzliste zu einen festen Knoten durchlaufen,

c) eine vorgegebene Kante hinzufügen,

d) eine vorgegebene Kante löschen.

Aufgabe 34

Ein gerichteter Graph $D = (V, A)$ sei durch seine Adjazenzmatrix gegeben. Zeigen Sie, dass in der Zeit $O(|V|)$ festgestellt werden kann, ob D eine Senke enthält oder nicht. Eine **Senke** ist ein Knoten mit Eingangsgrad $|V| - 1$ und Ausgangsgrad 0. Unter dem **Eingangsgrad** (**Ausgangsgrad**) eines Knoten v versteht man die Anzahl der Kanten mit Endknoten (Startknoten) v.