Prof. Dr. Gerhard Reinelt
Dipl.-Math. Markus Speth
Institut für Informatik
Universität Heidelberg

Effiziente Algorithmen I

4. Übungsblatt WS 08/09
Abgabetermin: 12.11.2008

Aufgabe 13

Gegeben seien Werte $a_1, a_2, \ldots, a_n \in \mathbb{R}$, die aufsteigend sortiert sind, d.h. es gilt $a_1 \leq a_2 \leq \ldots \leq a_n$. Sei $p \in \mathbb{N}$. Gesucht ist eine Partitionierung dieser Werte in Cluster mit folgenden Eigenschaften:

- Jedes Cluster enthält mindestens p Werte.
- Jedes Cluster enthält nur aufeinanderfolgende Werte aus der Liste $a_1, a_2, \ldots, a_n$.
- Die Summe der quadratischen Abweichungen der Werte von den Mittelwerten ihrer Cluster soll so klein wie möglich sein. Sei $\bar{a}(S)$ der Mittelwert von Cluster S. Dann ist die quadratische Abweichung eines Wertes a_i vom Mittelwert seines Cluster definiert durch $(a_i - \bar{a}(S))^2$.

Formulieren Sie dieses Problem als ein Kürzeste-Wege-Problem und veranschaulichen Sie Ihre Lösung mit den folgenden Daten: $p = 2$, $n = 6$, $a_1 = 0.5$, $a_2 = 0.8$, $a_3 = 1.1$, $a_4 = 1.5$, $a_5 = 1.6$, $a_6 = 2.0$.

Aufgabe 14

Beschreiben Sie ein Verfahren, das in einem gerichteten Graphen einen zweitkürzesten Weg zwischen zwei vorgegebenen Knoten findet. Beachten Sie, dass die Längen von kürzestem und zweitkürzestem Weg übereinstimmen können.

Aufgabe 15

Nach der Berechnung aller kürzesten Wege in einem Digraphen, stellen Sie fest, dass Sie fünf gewichtete Kanten vergessen haben. Können Sie die neuen kürzesten Wege in der Zeit $\mathrm{O}(V^2)$ bestimmen?

Aufgabe 16

Geben Sie einen möglichst effizienten Algorithmus an, der in einem gerichteten Graph mit n Knoten und reellen Kantengewichten aus dem Intervall $(n-3, n-1]$ kürzeste Wege von einem Knoten $s \in V$ aus zu allen anderen Knoten berechnet.