Prof. Dr. Gerhard Reinelt
Dipl.-Math. Markus Speth
Institut für Informatik
Universität Heidelberg

Effiziente Algorithmen I

5. Übungsblatt WS 08/09
Abgabetermin: 19.11.2008

Aufgabe 17

Sei $D = (V, A)$ ein gerichteter Graph mit Kantengewichten c_{uv} für $(u, v) \in A$. Geben Sie einen effizienten Algorithmus an, der feststellt, ob D einen Kreis der Länge 0 enthält.

Aufgabe 18

Ein Unternehmen kann zwei verschiedene Produkte P_1 und P_2 herstellen.

Es stehen ihm drei Abteilungen mit unterschiedlichen Kapazitäten (in Arbeitsstunden) und produktunabhängigen Kosten (Geld pro Arbeitsstunde) zur Verfügung. Jedes Produkt muss alle drei Abteilungen durchlaufen. Weiterhin gibt es für jedes Produkt einen bestimmten Zeitaufwand (Arbeitsstunden pro Mengeneinheit) für jede Abteilung, Materialkosten (Kosten pro Mengeneinheit), einen Verkaufspreis (Geld pro Mengeneinheit) sowie ein Produktionslimit (Mengeneinheiten), das nicht überschritten werden darf.

	Kapazität	Kosten
A_1	950	35
A_2	2200	45
A_3	1100	25

	A_1	A_2	A_3	Material	Preis	Limit
P_1	3	7.5	2.5	70	600	280
P_2	3.5	5	5.5	80	600	180

Formulieren Sie das primale und das duale lineare Programm zur Gewinnmaximierung.

Aufgabe 19

Gegeben sei das folgende allgemeine lineare Programm:

$$
\begin{array}{llllllll}
\max & c_1^T x_1 + c_2^T x_2 + c_3^T x_3 & & & & & & \\
\text{s.t.} & A_{11}x_1 & + & A_{12}x_2 & + & A_{13}x_3 & \leq & a_1 \\
 & A_{21}x_1 & + & A_{22}x_2 & + & A_{23}x_3 & \geq & a_2 \\
 & A_{31}x_1 & + & A_{32}x_2 & + & A_{33}x_3 & = & a_3 \\
 & & & & & x_1 & \leq & 0 \\
 & & & & & x_2 & \geq & 0
\end{array}
$$

Geben Sie das duale Programm an.

Aufgabe 20

Ist der Vektor $x = (0, 0, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, 0, \frac{1}{2})^T$ eine Optimallösung des folgenden Problems?

$$
\begin{array}{llll}
\max & 4x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 - 5x_5 + 8x_6 & & \\
\text{s.t.} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 & 3 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 1 & 0 & -5 & 3 \\ 4 & 5 & -3 & 3 & -4 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 2 & 1 & -5 \\ -2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 & -1 & 4 & 5 \end{pmatrix} & x \leq & \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 4 \\ 5 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} \\
 & & x \geq & 0
\end{array}
$$