Prof. Dr. Gerhard Reinelt
Dipl.-Math. Markus Speth
Institut für Informatik
Universität Heidelberg

Effiziente Algorithmen I

8. Übungsblatt WS 08/09
Abgabetermin: 10.12.2008

Aufgabe 29

Ein Fluss f zu einem Netzwerk $D = (V, A)$ heißt *gerade* (bzw. *ungerade*), falls $f(u, v)$ für alle $(u, v) \in A$ gerade (bzw. ungerade) ist. Beweisen oder widerlegen Sie:

a) Sind alle Kantenkapazitäten von D gerade, so existiert ein gerader maximaler Fluss.

b) Sind alle Kantenkapazitäten von D ungerade, so existiert ein ungerader maximaler Fluss.

Aufgabe 30

Zeigen Sie, dass es zu jedem Flussnetzwerk $D = (V, A)$ eine Folge von höchstens $|A|$ augmentierenden Wegen gibt, durch die ein maximaler Fluss gefunden wird.

Aufgabe 31

Sei $D = (V, A)$ ein Flussnetzwerk mit Kapazitäten $c(u, v)$ und Mindestflüssen $l(u, v)$ für $(u, v) \in A$. Beweisen Sie das Min-Flow-Max-Cut-Theorem:

$$\min_{(s,t)\text{-Fluss } f} |f| = \max_{(s,t)\text{-Schnitt } (S:T)} \left(\sum_{u \in S, v \in T} l(u, v) - \sum_{u \in S, v \in T} c(v, u) \right).$$

Aufgabe 32

Gegeben sei eine $(p \times q)$-Matrix D mit nichtnegativen ganzzahligen Einträgen d_{ij}. Weiter bezeichne $r(i)$ die i-te Zeilen- und $c(j)$ die j-te Spaltensumme. All diese Summen seien größer als Null. Angenommen, von der Matrix seien nur die Zeilen- und Spaltensummen sowie die Werte für eine Teilmenge Y der Einträge bekannt. Ein Eintrag $d_{ij} \notin Y$ heißt *ungeschützt*, wenn man seinen Wert aus den bekannten Werten schließen kann. Beschreiben Sie einen polynomialen Algorithmus, der alle ungeschützten Einträge sowie ihre Werte bestimmt.